УДК 330.4

РЕШЕНИЕ ПРИКЛАДНЫХ ЗАДАЧ НА СХЕМУ НЕЗАВИСИМЫХ ИСПЫТАНИЙ В ЭКОНОМИКЕ И ТЕОРИИ НАДЕЖНОСТИ

Т. А. Певцова, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры алгебры и геометрии факультета математики и информационных технологий ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский Мордовский государственный университет имени Н. П. Огарёва» (г. Саранск, Россия), pevtsovata@mail.ru

Е. А. Рябухина, кандидат педагогических наук, доцент кафедры систем автоматизированного проектирования факультета математики и информационных технологий ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский Мордовский государственный университет им. Н. П. Огарёва» (г. Саранск, Россия), ryabuhinaea@yandex.ru

О. А. Гущина, кандидат технических наук, доцент кафедры систем автоматизированного проектирования факультета математики и информационных технологий ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский Мордовский государственный университет имени Н. П. Огарёва» (г. Саранск, Россия), motuzoa@mail.ru

Рассматривается ряд стохастических методов, построенных на схеме независимых испытаний для решения широкого класса прикладных задач в экономике и теории надежности с привлечением математического аппарата матричного исчисления, комбинаторного и дисперсионного анализа.

Ключевые слова: реализация, модель, вероятность, критерий, надежность, достоверность.

С повышением сложности реальных экономических задач увеличивается потребность в разработке математических методов, не просто дающих их решение, но позволяющих быстро и качественно урегулировать поставленную проблему. В экономике это влечет за собой значительное сокращение ущерба.

Цель исследования состоит в демонстрации эффективности стохастических методов реализации прикладных моделей, таблично-логических методов расчета основных параметров надежности. Актуальность выбранной тематики обусловлена особенностями компетентностного подхода при изучении экономико-математических моделей в экономике и теории

надежности, который предполагает владение специалиста не только суммой знаний, но профессиональными умениями и навыками, позволяющими активно действовать на практике и в непосредственной производственной деятельности, и в смежных сферах, использовать инструменты математического моделирования, численные и вероятностно-стохастические методы, компьютерные технологии для решения управленческих задач в своей проблемной области. Результаты исследования востребованы в основном в экономике и электроэнергетике.

Нами рассмотрены аспекты применения вероятностно-статистических методов для реализации прикладных моделей в экономике и теории надежности, дающих возможность значительно повысить их эффективность [1–5], и в частности серия прикладных задач на схему независимых испытаний.

Пример **1**. Нормальная работа систем энергоснабжения (СЭС) обеспечивается исправным состоянием установленных на распределительных пунктах (РП) автоматов. При монтаже на противоаварийной автоматике (ПА) было установлено n автоматов, выбранных из партии в N автоматов, в которой было k % неисправных. Нужно определить вероятность бесперебойной работы СЭС, если она обеспечивается исправным состоянием: а) всех установленных на РП автоматов (событие А); б) m % установленных автоматов (событие В).

Решение.

А) пусть $a = \frac{N \cdot (1-k)}{100}$ – количество исправных автоматов и $b = N - a$ – количество неисправных; тогда $P(A) = \frac{C_B^n}{C_N^n}$ – вероятность бесперебойной работы СЭС при исправном состоянии всех n установленных на РП автоматов;

б) пусть $c = \frac{n \cdot (1-m)}{100}$ – количество исправных из n автоматов и $d = n - c$ – количество среди них неисправных; тогда $P(B) = \frac{C_B^c \cdot C_a^d}{C_N^n}$ – вероятность бесперебойной работы СЭС при исправном состоянии m % из n имеющихся на РП автоматов.

Пример **2**. Пусть в примере 1 вероятность того, что автомат рабочий, равна p. Нужно определить вероятность исправной работы: а) ровно m автоматов (событие А); б) от m_1 *до* m_2 автоматов (событие В).

Решение.

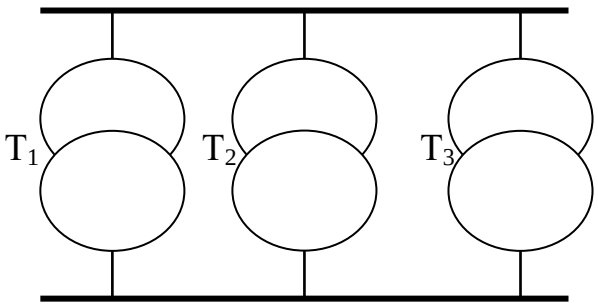
а) найдем вероятность события А по формуле Бернулли:

$$P(A) = P_n(m) = C_n^m p^m q^{n-m};$$

б) вычислим вероятность события В:

$$P(B) = P_n(m_1 \le m \le m_2) = P_n(m_1) + P_n(m_1 + 1) + ... + P_n(m_2).$$

Пример **3**. На подстанции установлены три трансформатора (рис. 1). Вероятность нормальной работы трансформатора T_i равна p_i; в случае отказа одного трансформатора с вероятностью p_2 ($p_2 < p_1$) продолжает работу второй трансформатор ($p_2 < p_1$)); в случае отказа второго – с вероятностью p_3 ($p_3 < p_2$) продолжает работу (с перегрузкой) третий. Отказ работы подстанции происходит при отказе не менее двух трансформаторов. Определить, какова вероятность: а) нормальной работы; б) отказа подстанции.



Р и с. 1. Работа подстанции из трех трансформаторов T_1, T_2, T_3

Решение.

Обозначим через А событие «нормальная работа подстанции». Здесь возможны варианты: H_1 – все трансформаторы работают нормально; H_2 – отказ одного из них, H_3 – отказ двух из трех трансформаторов. Воспользуемся формулой полной вероятности:

$$P(A) = p(H_1) \cdot p_{H_1}(A) + p(H_2) \cdot p_{H_2}(A) + p(H_3) \cdot p_{H_3}(A),$$

где $p(H_1) = p_1^3$, $p(H_2) = p_1^2 p_2$, $p(H_2) = p_1 p_2^2$ и $p_{H_1}(A) = p_{H_2}(A) = p_{H_3}(A) = 1$; тогда получаем: $P(A) = p_1^3 + p_1^2 p_2 + p_1 p_2^2 = p_1(p_1^2 + p_1 p_2 + p_2^2)$.

Продемонстрируем 4–7-й примеры решения прикладных задач из экономической области.

Пример **4**. На предприятии непрерывно независимо друг от друга работают автоматы по производству продукции Т; вероятность нормальной работы каждого автомата равна p. Нужно определить: а) во сколько раз увеличится надежность производства, если будет введено m резервных автоматов; б) сколько нужно ввести резервных автоматов, чтобы обеспечить заданную надежность γ по производству продукции Т.

Решение.

1. Если p – вероятность нормальной работы одного автомата, то $q = 1 - p$ – вероятность его отказа; тогда вероятность события А, т. е. нормальной работы одного автомата и еще m резервных, будет равна: $p(A) = 1 - q^{m+1}$; она возрастет в $k = \frac{1-q^{m+1}}{1-q} = \frac{1-q^{m+1}}{p}$ раз.

Число резервных автоматов, обеспечивающих заданную надежность γ, найдем из неравенства: $1 - q^{m+1} \le \gamma \to -q^{m+1} \le \gamma - 1 \to q^{m+1} \ge 1 - \gamma \to$

$$m + 1 \ge \log_q(1-\gamma) \to \quad m \ge \left[\frac{\ln(1-\gamma)}{\ln(1-p)} - 1\right].$$

А) Например, при $\gamma = 0{,}999$ и $p = 0{,}9$ значение m составит

$$m \ge \left[\frac{\ln(1-0{,}999)}{\ln(1-0{,}9)} - 1\right], \; m \ge 3.$$

При наличии одного резервного автомата увеличение надежности производства будет равно $k_2 = \frac{1-q^{1+1}}{p} = \frac{1-q^2}{p}$.

Б) Например, при вероятности $p = 0{,}9$ и $q = 0{,}1$ $k_2 = \frac{1-0{,}1^2}{0{,}9} = \frac{0{,}99}{0{,}9} = 1{,}1$. Вычислим увеличение надежности при двух резервных автоматах: $k_3 = \frac{1-q^{2+1}}{p} = \frac{1-q^3}{p}$, $k_3 = \frac{1-0{,}1^3}{0{,}9} = \frac{0{,}999}{0{,}9} = 1{,}11$. Таким образом, при тех же условиях увеличение надежности составило 1,11 – 1,1 = 0,01 = 1 %.

В) При вероятности p = 0,85 и q = 0,15 $k_2 = \frac{1-0{,}15^2}{0{,}85} = \frac{0{,}9775}{0{,}85}$ = 1,15; а при двух резервных автоматах увеличение надежности составит $k_3 = \frac{1-q^3}{p}$; $k_3 = \frac{1-0{,}15^3}{0{,}85}$ = 1,1 725; 1,1 725 – 1,15 = 0,0 225 = 2,25 %. Вывод: если автоматы имеют недостаточную надежность, то для ее увеличения нужно вводить дополнительные резервные автоматы.

Пример **5**. Непрерывная работа основной фасовочной линии на предприятии обеспечивается нормальным функционированием двух конвейерных линий Т и S для бесперебойной подачи продукции. Вероятность отказа основной линии при условии нормальной работы обеих линий Т и S равна q_o; только линии Т – равна q_1; только линии S – q_2; при условии отказа обеих линий – q_{12}. Вероятность нормальной работы линии Т равна p_1 и линии S – p_2. Найти вероятность нормальной работы основной фасовочной линии на предприятии.

Решение.

а) обозначим нормальную работу основной фасовочной линии на предприятии через А. Здесь возможны варианты: B_1 – нормально функционируют обе конвейерные линий Т и S; B_2 – действует только линия Т; B_3 – работает только линия S; B_4 – обе линии отказали. Применим формулу полной вероятности

$$P(A) = p(B_1)\cdot p_{B_1}(A) + p(B_2)\cdot p_{B_2}(A) + p(B_3)\cdot p_{B_B}(A) + p(B_4)\cdot p_{B_4}(A),$$

где $p(B_1) = p_1p_2$, $p(B_2) = p_1(1-p_2)$, $p(B_3) = (1-p_1)p_2$, $p(B_4) = (1-p_1)(1-p_2)$;

$p_{B_1}(A) = 1 - q_o$; $p_{B_2}(A) = 1 - q_1$, $p_{B_3}(A) = 1 - q_2$ и $p_{B_4}(A) = 1 - q_{12}$.

Тогда получим:

$P(A) = p_1p_2(1-q_o) + p_1(1-p_2)(1-q_1) + (1-p_1)p_2(1-q_2) + (1-p_1)(1-p_2)(1-q_{12})$;

б) например, при значениях p_1 = 0,9, p_2 = 0,8, q_o = 0,01, q_1= 0,05, q_2= 0,1 и q_{12} = 0,15 получим:

$p(B_1) = p_1p_2 = 0{,}9 \times 0{,}8 = 0{,}72$;

$p(B_2) = p_1(1 - p_2) = 0{,}9\ (1 - 0{,}8) = 0{,}9 \times 0{,}2 = 0{,}18;$

$p(B_3) = (1 - p_1)\ p_2 = (1 - 0{,}9)\ 0{,}8 = 0{,}1 \times 0{,}8 = 0{,}08;$

$p(B_4) = (1 - p_1)\ (1 - p_2) = 0{,}1 \times 0{,}2 = 0{,}02;$

$p_{B_1}(A) = 1 - q_0 = 1 - 0{,}01 = 0{,}99;$

$p_{B_2}(A) = 1 - q_1 = 1 - 0{,}05 = 0{,}95;$

$p_{B_3}(A) = 1 - q_2 = 1 - 0{,}1 = 0{,}90;$

$p_{B_4}(A) = 1 - q_{12} = 1 - 0{,}15 = 0{,}85.$

Тогда получим:

$$P(A) = 0{,}72 \cdot 0{,}99 + 0{,}18 \cdot 0{,}95 + 0{,}08 \cdot 0{,}9 + 0{,}02 \cdot 0{,}85 = 0{,}9728 \approx 97\%.$$

Пример **6**. Работа линии электропередачи (ЛЭП) обеспечивается n установленных на ней кабельных линий (КЛ), надежность каждой из которых при повышенном напряжении одинакова и равна p. Нужно определить вероятность того, что при повышенном напряжении будут нормально работать: а) ровно m линий, б) от m_1 до m_2 линий.

Решение.

1. а) пусть $0 << p << 1$ и $n < 10$; тогда искомая вероятность находится по формуле Бернулли: $P_n(m) = C_n^m\, p^m (1-p)^{n-m}$.

Например, при $p = 0{,}7$, $n = 7$ и $m = 4$, искомая вероятность будет равна:

$$P_7(4) = C_7^4 \cdot 0{,}7^4 \cdot (1-0{,}7)^{7-4} = \frac{7!}{4!\cdot(7-4)!} \cdot 0{,}7^4 \cdot 0{,}3^3 = 35 \cdot 0{,}2401 \cdot 0{,}027 \approx 0{,}2\ 269 \approx 23\ \%;$$

б) пусть при тех же значениях p и n = 3 и m_2 = 5. Тогда искомую вероятность найдем по формуле:

$$P_n(m_1 \le m \le m_2) = P_7(3 \le m \le 5) = P_n(3) + P_7(4) + P_7(5),$$

где $P_7(3) = C_7^3 \cdot 0{,}7^3 \cdot 0{,}3^{7-3} = \frac{7!}{3!\cdot(7-3)!} \cdot 0{,}7^3 \cdot 0{,}3^4 = 35 \cdot 0{,}343 \cdot 0{,}0081 \approx 0{,}0\ 927;$

$$P_7(5) = C_7^5 \cdot 0{,}7^5 \cdot 0{,}3^{7-5} = \frac{7!}{5!\cdot(7-5)!} \cdot 0{,}7^5 \cdot 0{,}3^2 = \frac{5!\cdot 6 \cdot 7}{5!\cdot 2} \cdot 0{,}7^5 \cdot 0{,}3^2 = 21 \cdot 0{,}1681 \cdot 0{,}09 \approx 0{,}0953.$$

2. Пусть $n < 10$ и надежности p_i ($i = \overline{1, n}$) КЛ различны, тогда вероятность того, что будут нормально работать ровно m линий, находится с помощью производящей функции:

$$\varphi_n(x) = (p_1x + q_1)\cdot(p_2x + q_2)\cdots(p_nx + q_n) = \sum_{m=0}^{n} P_n(m)x^m \text{, где } q_i = 1 - p_i.$$

Например, если $n = 3$, $p_1 = 0{,}7$, $p_2 = 0{,}6$, $p_3 = 0{,}9$, то производящая функция будет иметь вид:

$$\varphi_3(x) = (0{,}7x + 0{,}3)\cdot(0{,}6x + 0{,}4)\cdot(0{,}9x + 0{,}1) = \sum_{m=0}^{3} P_n(m)x^m,$$

$$\varphi_3(x) = 0{,}378x^3 + 0{,}456x^2 + 0{,}154x + 0{,}012 = P_3(3)x^3 + P_3(2)x^2 + P_3(1)x + P_3(0).$$

Контроль: $0{,}378 + 0{,}456 + 0{,}154 + 0{,}012 = 1$, следовательно, $P_3(3) =$ 0,378, $P_3(2) =$ 0,456, $P_3(1) =$ 0,154, $P_3(0) =$ 0,012 – вероятность того, что из трех КЛ будут нормально работать соответственно 3, 2, 1, 0 линий.

3. а) пусть 0 << p << 1 и $n > 10$; тогда искомую вероятность найдем по локальной формуле Лапласа: $P_n(m) \approx \frac{1}{\sqrt{npq}}\varphi\left(\frac{m - np}{\sqrt{npq}}\right)$, где $q = 1 - p$ и $\varphi(x) = e^{-\frac{x^2}{2}}$ – функция из соответствующего приложения к этому методу.

Например, если $p = 0{,}7$, $n = 100$ и $m = 70$, то искомая вероятность составит:

$$P_{100}(70) \approx \frac{1}{\sqrt{100\cdot 0{,}7\cdot(1 - 0{,}7)}}\varphi\left(\frac{70 - 100\cdot 0{,}7}{\sqrt{100\cdot 0{,}7\cdot 0{,}3}}\right) = \frac{1}{\sqrt{21}}\varphi\left(\frac{0}{\sqrt{21}}\right) = 0{,}2182\cdot 0{,}3989 \approx 0{,}087;$$

б) пусть $m_1 \le m \le m_2$, тогда искомая вероятность находится по интегральной формуле Лапласа: $P_n(m_1 \le m \le m_2) \approx \Phi\left(\frac{m_2 - np}{\sqrt{npq}}\right) - \Phi\left(\frac{m_1 - np}{\sqrt{npq}}\right)$, где функция $\Phi(x) = \int_0 e^{-t^2/2}dt$ – интегральная функция Лапласа из соответствующего приложения к данной функции.

Пусть, например, $m_1 = 55$ и $m_2 = 80$, тогда искомая вероятность будет равна:

$$P_{100}(50 \le m \le 80) \approx \Phi\left(\frac{80 - 70}{\sqrt{21}}\right) - \Phi\left(\frac{55 - 70}{\sqrt{21}}\right) = \Phi(2{,}18) - \Phi(-3{,}17) = \Phi(2{,}18) + \Phi(3{,}17) =$$

$= 0{,}4\,854 + 0{,}4\,993 = 0{,}9\,847.$

4. Пусть вероятность p события (нормальная работа КЛ) мала, а число

испытаний n велико. Тогда вероятность того, что из n КЛ будут нормально работать ровно m, находится по асимптотической формуле Пуассона (которая еще называется формулой редких событий): $P_n(m) \approx \frac{\lambda^m}{m!} \cdot e^{-\lambda}$, где $\lambda = n\,p$.

а) Например, если p = 0,001, n = 1000, m = 2, то вероятность $P_{1000}(2)$ будет равна:

$\lambda = n \cdot p = 1000 \cdot 0{,}001 = 1$, $\lambda^m = 1^2 = 1$, $e^{-1} = 0{,}3679$, следовательно,

$$P_{1000}(2) \approx \frac{\lambda^m}{m!} \cdot e^{-\lambda} = \frac{1^2}{2!} \cdot e^{-1} = \frac{1}{2} \cdot 0{,}3679 \approx 0{,}1\,840;$$

б) чтобы найти вероятность того, что хотя бы одна КЛ будет нормально работать, воспользуемся формулой вероятности противоположных событий:

$p = 1 - P_{1000}(0)$,

где $P_{1000}(0) = \frac{\lambda^0}{0!} \cdot e^{-\lambda} = \frac{1}{1} \cdot e^{-1} = 1 \cdot 0{,}3679 \approx 0{,}3\,679$.

Тогда искомая вероятность будет равна: $p = 1 - 0{,}3\,679 = 0{,}6\,321$.

Пример **7**. Эффективная работа комплекса обеспечивается вводом n новых независимых друг от друга мощностей, вероятность бесперебойной работы которых одинакова и равна p. Нужно: определить наиболее вероятное число активно работающих мощностей, составить закон распределения вероятностного числа активно работающих мощностей, найти их математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение.

Решение.

1. Найдем наиболее вероятное число k_o мощностей (при $0 << p << 1$ и $n < 10$) из двойного неравенства: $np - q \le k_o < np + p$, причем: а) при целом np наиболее вероятное число $k_o = np$; б) при целом $np - q$ наиболее вероятных чисел два: k_o и $(k_o + 1)$; в) при дробном $np - q$ наиболее вероятное число только одно.

Например:

а) при $p = 0{,}8$ и $n = 5$, $np = 5 \times 0{,}8 = 4$, значит $k_o = np = 4$;

б) при $p = 0{,}8$ и $n = 4$, $q = 1 - p = 1 - 0{,}8 = 0{,}2$, $np = 4 \times 0{,}8 = 3{,}2$, $np + p = 3{,}2 + 0{,}8 = 4$ и $np - q = 3{,}2 - 0{,}2 = 3$ – целые числа, значит, будет два наиболее

вероятных числа $k_o = 3$ и $k_o = 4$;

в) при $p = 0{,}7$ и $n = 4$, $np + p = 4 \times 0{,}7 + 0{,}7 = 3{,}5$ и $np - q = 2{,}8 - 0{,}2 = 2{,}6$ – дробное число: $2{,}6 \le k_o < 3{,}5$, значит наиболее вероятное число только одно и $k_o = 3$.

2. Составим закон распределения дискретной случайной величины (ДСВ) X, вероятностного числа активно работающих мощностей с учетом того, что ДСВ X имеет биномиальное распределение:

X	0	1	2	…	*m*	…	*n*
p	$p_n(0)$	$p_n(1)$	$p_n(2)$	…	$p_n(m)$	…	$p_n(n)$

а) при $0 << p << 1$ и $n < 10$ вероятность $p_n(m)$ находится по формуле Бернулли: $P_n(m) = C_n^m p^m q^{n-m}$ (где $q = 1 - p$).

Например, при следующих числовых данных $p = 0{,}7$ и $n = 3$ ($m = 0,1,2,3$) искомые вероятности будут равны:

$$P_3(0) = C_3^0 0{,}7^0 0{,}3^3 = 0{,}027, \quad P_3(1) = C_3^1 0{,}7^1 0{,}3^2 = 3 \cdot 0{,}7 \cdot 0{,}09 = 0{,}189;$$

$$P_3(2) = C_3^2 0{,}7^2 \cdot 0{,}3^1 = 3 \cdot 0{,}49 \cdot 0{,}3 = 0{,}441, \quad P_3(3) = C_3^3 \cdot 0{,}7^3 \cdot 0{,}3^0 = 1 \cdot 0{,}343 \cdot 1 = 0{,}343.$$

Удобно оформить решение задачи в виде следующей программы.

ПРОГРАММА НА VISION BASIC

```
SUB L()
Dim p i, n as Integer, m as Integer, i as Integer
Dim MO as Single, D as Single, Sigma as Single
Dim X(0 to n) as Integer, W(0 to n) as Single
p = Cells(1,1): n = Cells(1,2): q =1– p: i =2
For m = 0 to n
X(m) = m
W(m)= БИНОМРАСП(m;n;p;ЛОЖЬ)
Cells(i,1) = X(m): Cells(i,2) = W(m)
i = i + 1
next m
```

*S*1 = *0: S*2 =*0*

For *m* = 0 to *n*

*S*1 = *S*1 + X(*m*) * *W(m)*

next *m*

MO= *S*1

For *m* = 0 to *n*

*S*2 = *S*2 + (X(*m*) – MO)^2 * *W(m)*

next *m*

D= *S*2

Sigma = D^0,5

Cells(n+1,1) = “*M(X)* =” & Format (*MO*,”###.##”)

Cells(n+2,1) = “*D(X)* =” & Format (*D*,”###.##”)

Cells(n+3,1) = “*SIGMA(X)* =” & Format (*SIGMA*,”###.##”)

END SUB

Закон распределения ДСВ X как результат будет иметь вид:

X(*m*)	$p_n(m)$	X(*m*) × $p_n(m)$	$(X(m) - M(X))^2 \times p_n(m)$
0	0,027	0	0,1 191
1	0,189	0,189	0,2 287
2	0,441	0,882	0,0 044
3	0,343	1,029	0,2 778
∑	1,000	2,100	0,630

Проконтролируем выполнение:

$P_3(0) + P_3(1) + P_3(2) + P_3(3) = 0{,}027 + 0{,}189 + 0{,}441 + 0{,}343 = 1$ и числовыми характеристиками: M(X) = 2,1, D(X) = 0,630 и σ(X) = $\sqrt{0{,}630} \approx 0{,}7\ 937$;

б) при малых значениях вероятности *p* ДСВ X можно рассматривать как Пуассоновский поток и соответствующие вероятности $p_n(m)$ находить по формуле Пуассона: $P_n(m) \approx \frac{\lambda^m}{m!} \cdot e^{-\lambda}$, где $\lambda = n\,p$ – интенсивность потока.

Например, пусть *p* = 0,05 – вероятность отказа одной из трех введенных

производственных мощностей (n = 3, λ = 3 × 0,05 = 0,15), тогда искомые вероятности будут равны: $P_3(0) \approx \frac{0{,}15^0}{0!} \cdot e^{-0{,}15}$ = 0,8 607 – вероятность того, что все три мощности будут работать бесперебойно; $P_3(1) \approx \frac{0{,}15^1}{1!} \cdot e^{-0{,}15}$ = 0,1 291, $P_3(2) \approx \frac{0{,}15^2}{2!} \cdot e^{-0{,}15}$ = 0,0 097 и $P_3(3) \approx \frac{0{,}15^3}{3!} \cdot e^{-0{,}15}$ = 0,0005 – соответственно вероятности того, что из трех будут работать бесперебойно 1, 2, 3 мощности.

Контроль: $P_3(0) + P_3(1) + P_3(2) + P_3(3)$ = 0,8 607 + 0,1 291 + 0,0 097 + 0,0 005 = 1.

3. Найдем числовые характеристики ДСВ X: математическое ожидание M(X), дисперсию D(X) и среднее квадратическое отклонение σ(X); обозначим через X_m значение X для m-й мощности, закон распределения которой имеет вид:

X_m	1	0
P	p	$q = 1 - p$

Ее математическое ожидание M(X_m) будет равно:

M(X_m) = $\sum_{m=1}^{n} x_i \cdot p_i = 1.p + 0.q = p$;

D(X_m) = $\sum_{m=1}^{n} (x_i - M(X))^2 \cdot p_i$ $(1-p)^2 p + (0-p)^2 q = q^2 p + p^2 q = p\,q\,(q+p) = pq$;

σ(X_m) = $\sqrt{D(X_m)} = \sqrt{p \cdot q}$; так как X = $\sum_{m=1}^{n} X_m$, то M(X) = $\sum_{m=1}^{n} M(X_m) = np$,

X_m попарно независимы, то D(X) = $\sum_{m=1}^{n} D(X_m) = n\,pq$ и σ(X) = $\sqrt{D(X)} = \sqrt{npq}$.

а) например, для ДСВ X (при p = 0,7 и n = 3) числовые характеристики равны: M(X) = $n\,p$ = 3 × 0,7 = 2,1; D(X) = npq = 3 × 0,21= 0,63; σ(X) = $\sqrt{npq}$ = $\sqrt{0{,}63} \approx$ 0,80;

б) соответственно для ДСВ X как Пуассоновского потока (с данными p = 0,05 и λ = 0,15) числовые характеристики соответственно составят:

M(X) = σ (X) = $\frac{1}{\lambda} = \frac{1}{0{,}15}$, D(X) = (σ(X))^2 = $\frac{1}{\lambda^2} = \left(\frac{1}{0{,}15}\right)^2$.

Для дальнейшего исследования определим: а) надежность безотказной работы данной мощности с интенсивностью λ = 0,15 за отчетный период t; б) как изменится надежность, если λ уменьшится до λ = 0,05, λ = 0,005; 3) как изменится надежность за отчетный период t = 10 у.е.

А) Из показательного распределения надежности $R(t)= e^{-\lambda t}$ находим надежность безотказной работы мощности с λ = 0,15 $R(t) = e^{-0,15t}$;

б) при λ = 0,05 надежность составит $R(t) = e^{-0,05t}$;

при λ = 0,005 – $R(t) = e^{-0,005t}$; увеличение надежности: $\frac{e^{-0,05\lambda t}}{e^{-0,15\lambda t}}$ и $\frac{e^{-0,005\lambda t}}{e^{-0,15\lambda t}}$;

для сравнения: при t = 10 надежность $R(t) = e^{-1,5}$ = 0,2 231; при λ = 0,05 и $R(t) = e^{-0,05}$ = 0,9 512; при λ = 0,005 увеличение надежности составит: $\frac{e^{-0,05\lambda t}}{e^{-0,15\lambda t}} \approx 2,7$ и $\frac{e^{-0,005\lambda t}}{e^{-0,15\lambda t}} \approx 4,3$.

Результатом проведенного исследования стала серия прикладных методов, которые используют схему независимых испытаний. Они проиллюстрированы на конкретных примерах из экономической и технической проблемных областей.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Папков Б. В.* Надежность электроснабжения: комплекс учеб.-метод. материалов / Б. В. Папков ; НТБ НГТУ. – Н. Новгород, 2007. – 212 с.
2. *Папков Б. В.* Надежность и эффективность электроснабжения / Б. В. Папков; НТБ НГТУ. – Н. Новгород, 1996. – 212 с.
3. *Копыл В. И.* Логистика управления запасами с помощью Excel: производственно-практ. изд. – Минск: Харвест, 2007. – 64 с.
4. *Певцова Т. А.* Вычисление индекса сезонности / Т. А. Певцова, Е. А. Рябухина, О. А. Гущина // Вестник Мордовского университета. – 2015. – Т. 25, № 4. – С. 18–36.
5. *Певцова Т. А.* Сетевые модели в теории надежности [Электронный ресурс] /

Т. А. Певцова, Е. А. Рябухина, О. А. Гущина // Studium. – 2016. – № 2 (39). – Режим доступа: http://saransk.ruc.su/upload/medialibrary/845/pevcova_ryabuhina_gushina01.pdf (дата обращения: 2.03.2018).